МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
функционального анализа
и операторных уравнений

Каменский М.И.
11.04.2024

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.30 Алгоритмы дискретной математики

1. **Код и наименование направления подготовки:** 01.03.04 Прикладная математика
2. **Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
3. **Квалификация выпускника:** бакалавр
4. **Форма обучения:** очная
5. **Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** функционального анализа и операторных уравнений
6. **Составители программы:** Новиков Игорь Яковлевич, д.ф.-м.н.
7. **Рекомендована:** научно-методическим советом математического факультета, протокол от 28.03.2024, № 0500-03

8. **Учебный год:** 2025-2026 **Семестр(ы):** третий

9.Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели освоения учебной дисциплины:

- ознакомление студентов с основными понятиями и методами дискретной математики.

Задачи учебной дисциплины:

- изучение алгебры булевых функций;
- изучение полноты систем функций.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: дисциплина относится к обязательной части блока 1.Дисциплина(модули).
Основные дисциплины и их разделы, необходимые для усвоения курса «Алгоритмы дискретной математики»:

– курс элементарной математики в рамках школьной программы.

Дисциплина «Алгоритмы дискретной математики» является необходимой для усвоения учебных курсов математического анализа, функционального анализа, теории вероятностей и математической статистики, а также для усвоения специальных курсов.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК	Способен применять знание фундаментальной математики и естественно-научных дисциплин при решении задач в области естественных наук и инженерной практи-ке	ОПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук. Уметь: использовать базовые знания в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности Владеть навыками: выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.
		ОПК-1.2	Умеет использовать базовые знания в области математических и (или) есте-ственных наук в профессиональной деятельности	
		ОПК-1.3	Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 4/144.

Форма промежуточной аттестации: экзамен.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам
			№ 3
Аудиторные занятия		50	50
в том числе:	лекции	16	16
	практические	34	34
	лабораторные		
Самостоятельная работа		58	58
Форма промежуточной аттестации *(зачёт и экзамен – __час.)*		36	36
Итого:		144	144

13.1 Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины
1. Лекции		
1.1	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	Индексы простоты. Тривиальный алгоритм, алгоритм основанный на операциях упрощения. Тупиковые, сокращённые ДНФ. Геометрический алгоритм. Импликанты, простые импликанты. Алгоритм Квайна - Мак-Класки.
1.2	Введение в комбинаторику.	Правило суммы и правило произведения. Размещения, перестановки, сочетания, разбиения множества. Биномиальные коэффициенты. Числа Стирлинга первого и второго рода. Принцип включения и исключения. Производящие функции.
1.3	Линейные рекуррентные соотношения.	Характеристический многочлен. Решение однородны и неоднородных линейных рекуррентных соотношений. Поиск решения методом производящих функций. Числа Фибоначи
2. Практические занятия		
2.1	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	Решение задач на поиск тупиковых, сокращённых и минимальных ДНФ с помощью алгоритмов упрощения, геометрического и Квайна-Мак-Класки
2.2	Введение в комбинаторику.	Решение комбинаторных задач
2.3	Линейные рекуррентные соотношения.	Решение однородных и неоднородных линейных рекуррентных соотношений
3. Лабораторные занятия		

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	8	12		19	39
	Введение в комбинаторику.	4	10		19	33
	Линейные рекуррентные соотношения.	4	12		20	36
	Итого:	16	34		58	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

При изучении дисциплины рекомендуется:

- изучать основную и дополнительную литературу;
- разбирать и изучать конспекты лекций;
- выполнять контрольные задания для закрепления теоретического материала;
- выполнять практические задания с применением теоретического материала.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	*Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика) . ISBN 978-5-06-005943-4.*
2.	***Виленкин, Наум Яковлевич**. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.А. Виленкин .— М. : ФИМА : МЦНМО, 2006 .— 399, [1] с. : ил. — Библиогр.: с.400 .— ISBN 5-89492-014-0 .— ISBN 5-94057-230-8.*
3.	***Харари, Ф.** Теория графов / Ф. Харари ; пер. с англ. и предисл. В.П. Козырева; под ред. Г.П. Гаврилова .— Изд. 3-е, стер. — М. : URSS, 2006 .— 300 с. : ил. — Библиогр.: с.269-286 .— Имен. указ.: с.286-290 .— Предм. указ.: с.293-297 .— ISBN 5-484-00457-8.*

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4.	*Новиков, Федор Алексеевич. Дискретная математика для программистов : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по направлению подгот. дипломир. специалистов "Информатика и вычислительная техника" / Ф.А. Новиков. 3-е изд. СПб. [и др.] : Питер, 2008. 383 с. : ил., табл. (Учебник для вузов) . ISBN 978-5-91180-759-7.*
5.	***Лавров, Игорь Андреевич**. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов : [учебное пособие] / И. А. Лавров, Л. Л. Максимова .— Изд. 5-е, испр. — М. : Физматлит, 2004 .— 255 с. — Библиогр.: с.248-249 .— Предм. указ.: с.250-255 .— ISBN 5-9221-0026-2.*
6.	***Белоусов, Алексей Иванович**. Дискретная математика : Учебник для студ. втузов / А. И. Белоусов, С. Б. Ткачев ; под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко .— М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004 .— 743 с. : ил., табл. — (Математика в техническом университете ; Вып. 19) .— ISBN 5-7038-1769-2 .— ISBN 5-7038-1270-4 : 128.00.*

7.	*Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М. : Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл. ISBN 5-9221-0477-2*

в)информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1.	*Математическая логика /Логика высказываний/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский .— Воронеж, 2015 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-210.pdf>.*
2.	Математическая логика /Логика предикатов/ [электронный ресурс] : конспекты лекций и упражнения по курсу / сост. : Л.П. Петрова, Б.Н. Садовский .— Воронеж, 2015 .— <URL:http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-211.pdf>.

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1.	*Яблонский, Сергей Всеволодович. Введение в дискретную математику : учебное пособие для студ. вузов, обуч. по специальности "Прикладная математика" / С.В. Яблонский. Изд. 5-е, стер. М. : Высш. шк., 2008. 384 с. : ил., табл. (Для высших учебных заведений. Математика) . ISBN 978-5-06-005943-4.*
2.	*Гаврилов, Гарий Петрович. Задачи и упражнения по дискретной математике : учебное пособие / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. Изд. 3-е, перераб. М. : Физматлит, 2006. 416 с. : ил., табл. ISBN 5-9221-0477-2*

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина может реализовываться с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. При проведении занятий в дистанционной форме используются технические и информационные ресурсы Образовательного портала "Электронный университет ВГУ" (https://edu.vsu.ru), базирующегося на системе дистанционного обучения Moodle, развернутой в университете, а также другие доступные ресурсы в сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель

19.Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (моду-ля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства

1.	Минимизация дизъюнктивных нормальных форм (ДНФ)	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
2.	Введение в комбинаторику.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
3.	Линейные рекуррентные соотношения.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
4.	Элементы теории графов.	ОПК-1	ОПК-1.1 ОПК-1.2 ОПК-1.3	Устный опрос. Практические занятия. Контрольные работы
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт и экзамен				Перечень вопросов к зачету и экзамену

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: практикоориентированные задания, домашние задания, контрольные работы.

Комплект заданий для контрольной работы № 1

Вариант 1

1. В соревновании по гимнастике участвуют 10 человек. Трое судей должны независимо друг от друга перенумеровать их в порядке, отражающем их успехи в соревновании по мнению судей. Победителем считается тот, кого назовут первым хотя бы двое судей. В какой доле случаев соревнования победитель будет определен?

2. Пять девушек и трое юношей играют в городки. Сколькими способами они могут разбиться на две команды по 4 человека в каждой команде, если в каждой команде должно быть хотя бы по одному юноше?

3. Найти минимальную ДНФ булевой функции $(1+A)\wedge C\vee A\wedge(C\to B)$.

4. Найти минимальную ДНФ булевой функции $(A\to C)\wedge(\neg B\to\neg C)\wedge\neg(A\to B)$

Вариант 2

1. Автобусу, в котором находится 11пассажиров, предстоит сделать 5 остановок. Сколькими способами могут распределиться пассажиры между этими остановками?

2. В почтовом отделении продаются открытки 12 сортов. Сколькими способами можно купить в нем 10 открыток?

3. Найти минимальную ДНФ булевой функции $(\neg A\to B\vee C)\wedge(C\to B)$

4. Найти минимальную ДНФ булевой функции $(A\to B)\wedge A\wedge(\neg B\vee\neg C)$

Для оценивания результатов каждой контрольной работы используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформирован	Шкала оценок

	ности компетенций	
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим и практическим материалом данного курса, применяет теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики	*Повышенный уровень*	*Отлично*
Ответ на контрольную работу не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.	*Базовый уровень*	*Хорошо*
Ответ на контрольную работу не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в решении задач	*Пороговый уровень*	*Удовлетвори-тельно*
Ответ на контрольную работу не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	–	*Неудовлетвори-тельно*

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью экзаменационных билетов.

Перечень вопросов к экзамену:

1. Определение размещения с повторениями.
2. Определение размещения без повторений.
3. Определение перестановки без повторений.
4. Определение перестановки с повторениями.
5. Определение сочетания без повторений.
6. Определение сочетания с повторениями.
7. Определение разбиения множества.
8. Определение унимодальной последовательности;
9. Определение производящей функции;
10. Определение рекуррентного соотношения и его степени.
11. Определение линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
12. Определение общего решения рекуррентного соотношения.
13. Определение характеристического многочлена линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
14. Описать вид частного решения неоднородного рекуррентного соотношения, в котором следует его искать, если правая часть имеет специальный вид.
15. Описать алгоритм применения метода производящих функций при решении рекуррентных соотношений.
16. Сформулировать и доказать утверждение о числах размещений, перестановок, сочетаний с повторениями и без;
17. Сформулировать и доказать утверждение о рекуррентном соотношении чисел Стирлинга II-го рода.
18. Сформулировать и доказать утверждение о свойствах чисел сочетания без повторений.
19. Сформулировать и доказать утверждение принципа ”включения -исключения”.
20. Сформулировать и доказать “теорему обращения”.
21. Сформулировать и доказать утверждение об общем решение линейного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.
22. Определение коэффициента простоты;
23. Определение минимальной ДНФ;
24. Определение операций склеивания и поглощения;

25. Определение тупиковой ДНФ;
26. Определение алгоритма упрощения;
27. Определение покрытия и его ранга;
28. Определение максимальной грани покрытия;
29. Определение два определения простой импликанты;
30. Определение сокращённой ДНФ;
31. Определение неприводимого покрытия;
32. Определение геометрического алгоритма;
33. Определение особенности алгоритма Квайна;
34. Определение особенности алгоритма Квайна-Мак-Класки;
35. Определение карт Карно и их назначение;

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие показатели:
1) знание определений основных объектов изучения и основных утверждений курса дискретной математики;
2) умение применять теоретические знания в практических задачах;
3) владение теоретическими основами дисциплины, умение грамотно проводить доказательства теорем и иллюстрировать их примерами

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие ответа обучающегося всем перечисленным критериям. Обучающийся в полной мере владеет теоретическим материалом данного курса, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области дискретной математики	*Повышенный уровень*	*Отлично*
Ответ на контрольно-измерительный материал не в полной мере соответствует одному из перечисленных показателей, но обучающийся дает правильные ответы на дополнительные вопросы. Недостаточно продемонстрировано владение знаниями теоретического материала в некоторых задачах или допускает незначительные ошибки в обосновании шагов решения.	*Базовый уровень*	*Хорошо*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым двум из перечисленных показателей, обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания теоретического материала, или не умеет применить его в решении задачи, допускает существенные ошибки в доказательствах теорем	*Пороговый уровень*	*Удовлетвори-тельно*
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует трем перечисленным показателям. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки	–	*Неудовлетвори-тельно*

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

1) закрытые задания (тестовые):

1. Сколько двоичных наборов длины n?

а) 2 в степени n.
б) 2n.

Ответ: а

2. Сколько булевых функций, зависящих от n переменных?
а) 2 в степени 2n.
б) 2 в степени 2 в степени n.

Ответ: б

3. Как расположены противоположные наборы?
а) Противоположные наборы расположены симметрично относительно середины таблицы.
б) Противоположные наборы расположены в обратном порядке.

Ответ: а

4. Что такое простая импликанта?
а) Это элементарная конъюнкция, соответствующая ядровой грани.
б) Это элементарная конъюнкция, соответствующая максимальной грани.

Ответ: б

5. Сколько существует слов (наборов букв) длины m, составленных из букв русского алфавита (33 буквы), содержащих букву “а”? Укажите правильный ответ из предложенных.

Варианты ответа:
а) 32^m,
б) 33^m- 32^m,
с) 33^m.

Правильный ответ: 33^m-32^m.
Решение. Найдем общее число слов длины m: 33^m. Заметим, что число слов, не содержащих букву “а”, равно 32^m.
Искомое число будет равно разности полученных результатов: 33^m-32^m.

<u>2) открытые задания:</u>

1. Вставьте пропущенную цифру:
Число двоичных наборов длины n есть (…) в степени n.
Ответ: 2

2. Вставьте пропущенную цифру:
Число булевых функций, зависящих от n переменных есть (…) в степени (…) в степени n
Ответ: 2

3. Вставьте пропущенное слово: Простая (….) – это элементарная конъюнкция, соответствующая максимальной грани
Ответ: импликанта

4. Вставьте пропущенное слово: Сокращенная ДНФ – это (…) всех простых импликант.
   Ответ: дизъюнкция

5. Число всевозможных подмножеств у множества M, состоящего из n элементов равно $2^{(\dots)}$. Вставьте пропущенную цифру.

Ответ: n

Решение. Чтобы указать подмножество данного множества M, можно приписать каждому элементу множества M число 1, если этот элемент входит в рассматриваемое подмножество, или число 0, если этот элемент не входит в это подмножество. Таким образом, каждому подмножеству однозначно сопоставляется кортеж из 0 и 1 длины n. Число таких кортежей равно 2^n.

6. Сколько шестизначных четных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 5, 7, 9, если в каждом из этих чисел ни одна цифра не повторяется?

Ответ: 120.

Решение. Четное число должно оканчиваться цифрой 4 из предложенных цифр. На остальных пяти местах в шестизначном числе будут стоять оставшиеся пять цифр в произвольном порядке. Число вариантов здесь равно 5!=120 (количество перестановок из пяти элементов).

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;
- 0 баллов — указан хотя бы один неверный ответ.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- 0 баллов – хотя бы одно сопоставление определено неверно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

5) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).